

Betriebspunktuntersuchung des Lagerfüllgrads eines doppeltiefen automatischen Hochregallagers

Operating point analysis for the stock filling level of double-deep automated storage and retrieval systems

Timo Lehmann
Paul Knötgen

*Institut für Fördertechnik und Logistiksysteme
Karlsruher Institut für Technologie Fakultät*

Für den effizienten Betrieb eines doppeltiefen automatischen Hochregallagers mit Regalbediengerät (RBG) ist die Bestimmung eines besten Betriebspunktes hinsichtlich des Lagerfüllgrades eine entscheidende Aufgabe. Ist der Lagerfüllgrad niedrig, bietet ein Hochregallager noch Kapazitäten zur Einlagerung zusätzlicher Lagereinheiten. Bei hohen Lagerfüllgraden steigt jedoch die Anzahl der Bewegungen des RBG umlagerungsbedingt an, was zu größeren Einzel- und Doppelspielzeiten führt, welche die Lagerung von Gütern verteuern. Diese Arbeit präsentiert ein analytisches Modell, mit dem der beste Betriebspunkt für den Lagerfüllgrad eines Regalbediengerätes ermittelt werden kann, abhängig von den Spielzeiten und Raumnutzungsgrad des Hochregallagers. Dem analytischen Modell liegt ein Optimierungsproblem zugrunde, dessen Nutzenfunktion den Lagerfüllgrad positiv und die erwartete Umlagerungszeit pro Auslagerspiel negativ bewertet. Dieses Modell basiert auf einem Spielzeitmodell, das belegt, dass die Strategie der Varianzminimierung der Lagerkanalfüllmengen die Doppelspielzeiten im Vergleich zu einer zufälligen Ein- und Umlagerung reduziert. Darüber hinaus ist es möglich zu zeigen, dass die Varianzminimierung unter Einhaltung von Doppelspielen auch realisiert werden kann.

[Schlagworte: doppeltiefes Lagersystem, Optimierung, Lagerfüllgrad, automatisiertes Lager, analytische Modellierung, Hochregallager]

For the planning and efficient operation of a double-deep automatic storage and retrieval system (AS/RS), the determination of a good operating point regarding the stock filling level is a decisive task. If the stock filling level of the AS/RS is low, the system still offers capacities for the storage of additional storage units, and relocation operations due to blocking storage units can be prevented. If, however, the stock filling level of the AS/RS is very high, the number of operations of the storage and retrieval machine increases due

to relocation operations, which leads to longer single command and double command cycle times, which make the storage of goods more expensive. This paper presents an analytical model that can be used to determine the best operating point for the stock filling level of an AS/RS, depending on the travel times and space utilisation level of an AS/RS. The analytical model is based on an optimization problem whose utility function evaluates the warehouse filling level positively and the expected relocation time per retrieval command cycle negatively. This model is based on a travel time model, which shows that a variance reduction strategy is superior to a random storage assignment strategy and can reduce the travel times. Beyond that it is possible to show that the minimal variance strategy can be realised due to dual command cycles.

[Keywords: double-deep storage system, automated storage and retrieval system, stock filling level, automated warehouse, analytical modelling, optimization]

1 EINLEITUNG

Die Zwischenlagerung von Artikeln in Lagerhäusern unterliegt seit Jahren einer stetigen kostengetriebenen Optimierung. So wurden Lager beispielsweise durch Regalbediengeräte (RBG) immer automatisierter und die Lagerprozesse somit beschleunigt. Ebenso wurde die Lagertiefe variiert und eine doppeltiefe Lagerung von Artikeln eingeführt, um Betriebskosten und Investitionen eines Lagers zu minimieren. Zur Planung und zum späteren effizienten Betrieb eines solchen kostenminimierten doppeltiefen Lagers sind die anfängliche Festlegung und die spätere kontinuierliche Nachführung der Betriebsparameter eine entscheidende Aufgabe. Besondere Beachtung während des Betriebs eines doppeltiefen Lagers gilt dem Betriebsparameter des Ausnutzungsgrads der Lagerkapazität. Ist das Lager nur sehr gering gefüllt, bietet die Anlage noch Kapazitäten zur Einlagerung weiterer Einheiten. Dies ist nicht anzustreben, da eine dauerhaft gering ausgelastete

Anlage kleiner dimensioniert werden kann und somit Investitionen reduziert werden können. Ist eine Anlage jedoch sehr hoch ausgelastet, wird die Lagerung weiterer Lagereinheiten zur Herausforderung. Bei sehr hohen Auslastungen steigt die Anzahl der Bewegungen des RBG an und die Fahrwege des RBG bei Umlagerungen verlängern sich. Dies führt zu einer längeren Prozessdauer und damit zu höheren Kosten je Lagereinheit. In Folge verteuert und verlangsamt sich der gesamte Lagerbetrieb.

Diese Arbeit leitet einen besten Betriebspunkt unter Berücksichtigung unterschiedlicher Lagerfüllgrade her. Des Weiteren werden verschiedene Betriebsstrategien für doppeltiefe Lager hergeleitet und miteinander verglichen. Dabei wird gezeigt, dass die Strategie der Varianzminimierung der Lagerfüllmengen einer randomisieren Ein- und Umlagerstrategie überlegen ist.

Dazu folgt in den nächsten Kapiteln zunächst ein Überblick über die Literatur in Kapitel 2 und über die Grundlagen der Spielzeitberechnung in Kapitel 3. Anschließend folgt die Herleitung der Spielzeitberechnung in Abhängigkeit des Lagerfüllgrads und der Lagerkanalfüllvarianz unter Berücksichtigung unterschiedlicher Betriebsstrategien in Kapitel 4. Darauf folgt eine Herleitung einer Nutzenfunktion in Abhängigkeit des Lagerfüllgrads und der Lagerkanalfüllvarianz in Kapitel 5 und die Bestimmung jenes besten Betriebspunkt eines Lagers in Kapitel 6. Abschließend folgen einige Beispiele mit verschiedenen Parametern in Kapitel 7.

2 LITERATUR

Die Grundlage der Betriebspunktbestimmung sowie der Varianzabhängigkeitsbestimmung bilden Spielzeitmodelle für Hochregallager. Seit den 1970er Jahren finden sich zahlreiche Spielzeitmodelle für verschiedene Hochregallagerkonfigurationen. Die einfachsten Modelle von Gudehus [Gud72] sowie Bozer und White [Boz84] leiten die Spielzeiten für einfachtiefe Hochregallager mit randomisierten Ein- und Auslagerstrategien her. Diese Strategien nutzt auch Lippolt [Lip03] für doppeltiefe Lager, für die ein Spielzeitmodell abhängig vom Lagerfüllgrad entwickelt wird.

Ebenfalls für doppeltiefe Lager wurde ein weiteres Spielzeitmodell von Lerher et al. [Ler10] entwickelt. Dabei werden in Abhängigkeit vom Lagerfüllgrad stückweise definierte Spielzeitmodelle hergeleitet, welche implizit einer Varianzminimierungsstrategie der Lagerkanalfüllmengen bei Ein- und Umlagerungen folgen. Neben der zufälligen Ein- und Umlagerstrategie und der Varianzminimierungsstrategie gibt es noch weitere, welche bei Vasili et al. gefunden werden können [Vas12]. Ein weiteres Modell, das die Varianz der Lagerkanäle als Ausgangspunkt zur Spielzeitbestimmung nutzt, stammt von de Castilho und Daganzo [Cas93]. Dieses Modell ist für mehrfachtiefe Lager geeignet, beschränkt sich jedoch auf Auslagerungen,

wodurch der Lagerfüllgrad nicht konstant betrachtet wird. Einen guten Überblick über weitere Spielzeitmodelle bieten Roodbergen und Vis [Roo09] sowie Azadeh et al. [Aza19].

Die existierenden Spielzeitmodelle können mit dieser Arbeit um ein Modell erweitert werden, das die Varianz der Lagerkanalfüllmengen explizit in Betracht zieht und ebenso honoriert, dass die minimale Varianz nicht immer erreicht werden kann.

Neben den Spielzeitmodellen sind auch Rückschlüsse, die aus diesen Modellen gezogen werden können von Interesse. So gibt Accorsi et al. [Acc17] einen guten Überblick über Arbeiten, welche die Tiefe von Lagern bereits in der Planungsphase analysieren. Andere Autoren nutzen Spielzeitmodelle, um Investitionen und Betriebskosten miteinander zu vergleichen – dies findet sowohl für herkömmliche Hochregallager als auch für shuttlebasierte Hochregallager statt [Gün11] [Hep17]. Weitere Arbeiten, die verschiedene Kriterien innerhalb eines Hochregallagers zueinander in Kontext setzen, behandeln beispielsweise das Verhältnis von Kosten zu Spielzeiten und CO_2 -Emissionen [Raj17] oder Spielzeiten zu Kosten und Qualität der Lagerung [Ler13]. Den existierenden multikriteriellen Optimierungsmodellen wird mit dieser Arbeit ein weiteres hinzugefügt, das sowohl den Lagerfüllgrad als auch den erwarteten Umlageraufwand in Kontext zueinander setzt. Dadurch können beste Betriebspunkte für existierende doppeltiefe Hochregallager gefunden werden.

3 GRUNDLAGEN DER SPIELZEITBERECHNUNG DOPPELTIEFER LAGER

Ein Hochregallager besteht in der einfachsten Ausführung aus mehreren Gängen, einem RBG pro Gang, das diesen Gang auch nicht verlassen kann, sowie einer Regalwand auf jeder Seite des Gangs [Roo09]. Zur einfacheren Bestimmung der Spielzeiten, wird in dieser Arbeit ein Hochregallager mit einem Gang, nur einer Regalwand, einem RBG mit einem Lastaufnahmemittel und ein Regal mit doppeltiefen Lagerkanälen betrachtet. Das Lagerregal ist rechteckig und besteht aus l Lagerkanälen in der Länge und h Lagerkanälen in der Höhe und somit insgesamt $s = l \cdot h$ Lagerkanälen und $Lp = 2 \cdot l \cdot h$ Lagerplätzen. Der Lagerfüllgrad berechnet sich demnach aus dem Quotienten aus der Anzahl Lagergüter im Regal und der Anzahl der Lagerplätze.

$$z = \frac{\text{Lagergüter im Lager}}{Lp}$$

Für den Betrieb eines Hochregallagers ist es wichtig zu wissen, wie lange die Durchführung einer Einlagerung oder Auslagerung eines einzelnen Lagerguts dauert. Daran können der Durchsatz und die Leistungsfähigkeit eines

Hochregallagers berechnet werden. Die Dauer einer Einlagerung oder Auslagerung wird dabei als Spielzeit bezeichnet. Zur Bestimmung dieser Spielzeit findet sich in *Abbildung 1* eine Übersicht über mögliche Lagerkanalzustände. Eine Einlagerung kann nur in die Lagerkanäle von Typ s_l und s_h erfolgen.

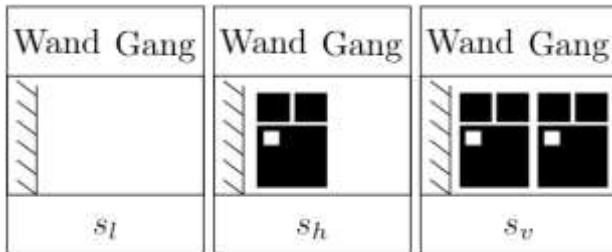


Abbildung 1: Drei mögliche Lagerkanalzustände in doppeltiefen Hochregallagern

Die Spielzeit einer RBG-Operation während einer Einlagerung setzt sich zusammen aus:

- Aufnahme der Lagereinheit durch das RBG am Ein-/Auslagerpunkt - t_H
- Fahrt des RBG in x- und y-Richtung zum Einlagerkanal - t_F
- Ausfahren des LAM des RBG in den Einlagerkanal bis zum Einlagerplatz - t_{LAME}
- Abgabe der Lagereinheit durch das RBG am Einlagerplatz - t_H
- Einfahren des LAM des RBG - t_{LAME}
- Fahrt des RBG in x- und y-Richtung zum Ein-/Auslagerpunkt - t_F

Zusammen mit der Totzeit t_t (beispielsweise gegeben durch die Reaktionszeit oder Antwortzeit von Sensoren [Arn09]) ergibt sich daraus die Einzelspielzeit für eine Einlagerung.

$$t_{Ein} = 2t_H + 2t_F + 2t_{LAME} + t_t \quad (1)$$

Bei einer Auslagerung kann es zusätzlich noch zu einer Umlagerung kommen, wenn sich das auszulagernde Lagergut in einem Lagerkanal vom Typ s_v an der Wand befindet und somit blockiert wird. U bezeichnet dabei die Anzahl der erwarteten Umlagerungen. In diesem Fall besteht eine Umlagerung aus der Aufnahme des blockierenden Lagerguts durch das RBG inklusive der Bewegungen des LAM, der Fahrt zu einem Umlagerkanal t_U , der Abgabe des Lagerguts inklusive der Bewegungen des LAM und der Rückfahrt zum Auslagerkanal.

$$t_{Aus} = 2t_H + 2t_F + 2t_{LAMA} + t_t + (2t_H + 2t_{LAMU1} + 2t_{LAMU2} + 2t_U) \cdot U \quad (2)$$

t_{LAMA} , t_{LAMU1} und t_{LAMU2} bezeichnen dabei die jeweiligen Fahrzeiten des LAM im Lagerkanal. Durch eine Kombination der beiden Einzelspiele zu einem Doppel-

spiel, kann die Fahrzeit des RBG verringert werden. Im Gegenzug muss das RBG allerdings einmal vom Einlagerkanal zum Auslagerkanal fahren mit der Querfahrzeit t_Q .

$$t_{Doppel} = 4t_H + 2t_F + t_Q + 2t_{LAME} + 2t_{LAMA} + t_t + (2t_H + 2t_{LAMU1} + 2t_{LAMU2} + 2t_U) \cdot U \quad (3)$$

Um die Fahrzeiten des RBG und auch des LAM nicht für jeden Lagerplatz einzeln berechnen zu müssen, kann die mittlere Spielzeit jeweils anhand eines repräsentativen Lagerkanals bzw. Lagerplatzes bestimmt werden. Um einen repräsentativen Lagerkanal zu modellieren, wird das Lagerregal als kontinuierliches Regal angenommen. Zusätzlich gelten in dieser Arbeit noch die weiteren folgenden Annahmen:

- Der Ruhepunkt des RBG befindet sich im Ein-/Auslagerpunkt an der linken unteren Ecke des rechteckigen Regals.
- Das RBG bewegt sich mit einer solchen Geschwindigkeit parallel in Breite und Höhe, dass die rechte obere Regalecke vom Ein-/Auslagerpunkt gleichzeitig erreicht wird. Diesen Fall bezeichnen Bozer und White als quadratisch zur Zeit [Boz84].
- Es sind keine Informationen über den Inhalt der Lagergüter bekannt. Dadurch kann es keine Batchbildung, Zonierung oder sonstige Planungsstrategien geben.
- Die Wahrscheinlichkeit einer Einlagerung ist identisch mit der einer Auslagerung. Dadurch bleibt der Lagerfüllgrad konstant.
- Die Geschwindigkeit des RBG ist konstant.

Die Variablen t_H und t_t in den Gleichungen (1), (2) und (3) hängen lediglich von den mechanischen Eigenschaften des RBG ab und sind somit bekannt. Die Variablen t_F , t_Q und t_U bestimmen sich dagegen durch die Dimensionen des betrachteten Regals. U , t_{LAME} , t_{LAMA} , t_{LAMU1} und t_{LAMU2} hängen vom Lagerfüllgrad ab.

Nach Bozer und White [Boz84] kann die durchschnittliche Fahrzeit vom Ein-/Auslagerpunkt zum Ein- oder Auslagerkanal in Abhängigkeit der Fahrzeit des RBG für die gesamte Länge oder Höhe des Lagers bestimmt werden mit $t_F = \frac{2}{3} \cdot t_l$; dabei ist t_l die Fahrzeit, die das RBG für die gesamte Länge des Regals benötigt. Bozer und White [Boz84] bestimmen auch die durchschnittliche Fahrzeit zwischen zwei beliebigen Lagerkanälen in einem Regal und somit die Querfahrzeit zwischen Ein- und Auslagerkanal während eines Doppelspiels mit $t_Q = \frac{7}{15} \cdot t_l$.

Hierbei wird davon ausgegangen, dass die Einlagerung zufällig erfolgt, das heißt jeder freie Lagerkanal hat die gleiche Wahrscheinlichkeit gefüllt zu werden. Ebenso hat jedes Lagergut die gleiche Wahrscheinlichkeit das Ziel

einer Auslagerung zu werden. Für Umlagerungen wird jedoch versucht die Fahrzeit möglichst gering zu halten, weshalb der nächste freie Lagerplatz gewählt wird. Nach Lippolt [Lip03] kann die Entfernung und somit die Fahrzeit zwischen Aus- und Umlagerkanal lediglich approximiert werden.

$$t_U = \frac{\left(\frac{7}{15}\right)^{1-\frac{k}{s}}}{\sqrt{k}} t_l \quad (4)$$

k bezeichnet dabei die Anzahl der Lagerkanäle in die noch eingelagert werden kann und s ist die Gesamtzahl aller Lagerkanäle im Regal. Dafür sind die Zustandswahrscheinlichkeiten der Lagerkanäle $P(s_l)$, $P(s_h)$ und $P(s_v)$ – siehe Abbildung 1 – notwendig in Abhängigkeit von z . Diese wurden ebenfalls von Lippolt unter den gleichen Annahmen wie in dieser Arbeit bestimmt [Lip03].

$$P(s_l) = \frac{1-z}{1+z}; P(s_h) = \frac{2z(1-z)}{1+z}; P(s_v) = \frac{2z^2}{1+z}$$

Damit ergibt sich k zur Summe aus den Lagerkanälen, welche nicht voll sind und somit zu:

$$k = (P(s_l) + P(s_h)) \cdot s = \left(\frac{1+z-2z^2}{1+z}\right) \cdot s \quad (5)$$

Das Einsetzen von (5) in (4) ergibt:

$$t_U = \frac{\left(\frac{7}{15}\right)^{\frac{2z^2}{1+z}}}{\sqrt{\left(\frac{1+z-2z^2}{1+z}\right) \cdot s}} t_l$$

Die Umlagerwahrscheinlichkeit wird von Lippolt ebenfalls bestimmt zu $U = \frac{z}{1+z}$ [Lip03]. Die LAM-Spielzeiten bei einer Einlagerung t_{LAME} berechnen sich aus den anteiligen LAM-Fahrten bei Einlagerungen in Lagerkanäle vom Typ s_l oder s_h , die mit der LAM-Spielzeit für eine Lagertiefe multipliziert wird. Das gleiche Verfahren kann für die Kanalspielzeiten bei Auslagerungen und Umlagerungen angewandt werden, wobei die Auslagerung der Umlagereinheit direkt der Zeit für eine Kanaltiefe entspricht – $t_{LAMU1} = t_{LAM}$ – und die Einlagerung der Umlagereinheit wiederum einer normalen Einlagerung entspricht – $t_{LAMU2} = t_{LAME}$.

$$t_{LAME} = \frac{2P(s_l) + P(s_h)}{P(s_l) + P(s_h)} \cdot t_{LAM} = \frac{2z+2}{2z+1} \cdot t_{LAM}$$

$$t_{LAMA} = \frac{2P(s_h) + P(s_v) + 2P(s_v)}{P(s_h) + 2P(s_v)} \cdot t_{LAM} = \frac{z+2}{z+1} \cdot t_{LAM}$$

Die Gleichungen (1), (2) und (3) können nun lediglich in Abhängigkeit der Eigenschaften des RBG und des Lagerfüllgrades dargestellt werden. Dabei wird aufgrund der

zufälligen Ein- und Umlagerung die Spielzeit mit der zufälligen Varianz σ_{Zufall}^2 benannt.

$$t_{Ein}^{\sigma_{Zufall}^2} = 2t_H + \frac{4}{3}t_l + \frac{4z+4}{2z+1} \cdot t_{LAM} + t_t \quad (6)$$

$$t_{Aus}^{\sigma_{Zufall}^2} = 2t_H + \frac{4}{3}t_l + \frac{2z+4}{z+1} \cdot t_{LAM} + t_t + \left(2t_H + t_{LAM} \left(\frac{8z+6}{2z+1}\right) + 2 \frac{\left(\frac{7}{15}\right)^{\frac{2z^2}{1+z}}}{\sqrt{\left(\frac{1+z-2z^2}{1+z}\right) \cdot s}} t_l\right) \cdot \frac{z}{1+z} \quad (7)$$

$$t_{Doppel}^{\sigma_{Zufall}^2} = 4t_H + \frac{9}{5}t_l + \frac{8(z^2+1)+18z}{2z^2+3z+1} t_{LAM} + t_t + \left(2t_H + t_{LAM} \left(\frac{8z+6}{2z+1}\right) + 2 \frac{\left(\frac{7}{15}\right)^{\frac{2z^2}{1+z}}}{\sqrt{\left(\frac{1+z-2z^2}{1+z}\right) \cdot s}} t_l\right) \cdot \frac{z}{1+z} \quad (8)$$

Die in (6), (7) und (8) vorgestellten Spielzeiten beruhen auf dem Prinzip der zufälligen Lagerplatzvergabe mit der Kanalfüllmengenvarianz σ_{Zufall}^2 :

$$\sigma_{Zufall}^2 = P(s_l)(-2z)^2 + P(s_h)(1-2z)^2 + P(s_v)(2-2z)^2 = \frac{2z+2z^2-4z^3}{1+z}$$

Diese Kanalfüllmengenvarianz bestimmt die Varianz der Kanalfüllmengen aller Lagerkanäle. Um die Spielzeiten zu verbessern, kann σ_{Zufall}^2 verringert werden. In Kapitel 4 wird gezeigt, dass durch eine Varianzminimierung auch die Spielzeiten reduziert werden können.

4 SPIELZEITBERECHNUNG IN ABHÄNGIGKEIT DES LAGERFÜLLGRADS UND DER LAGERKANALFÜLLMENGENVARIANZ

Die Annahme dieses Kapitels lautet, dass es möglich ist die Spielzeiten im Vergleich zur zufälligen Ein- und Auslagerung (siehe Gleichungen (6), (7) und (8)) zu senken indem die Varianz der Kanalfüllmengen beim Ein- und Auslagern minimiert wird. Das heißt, dass bei einer Einlagerung die Lagereinheit in einen Lagerkanal mit der geringsten Füllmenge gelagert wird. Die Position des gewählten Lagerkanals wird dabei wieder als zufällig angenommen. Bei einer Umlagerung wird die umzulagernde Lagereinheit dagegen in den nächst möglichen freien Lagerkanal umgelagert. Falls mehrere Lagerkanäle mit freien Lagerplätzen im gleichen Abstand vorhanden sein sollten, wird wiederum der Lagerkanal mit der geringsten Füllmenge ausgewählt. Somit ergibt sich eine Einlagerstrategie, welche eine globale Varianzminimierung anstrebt und eine Umlagerstrategie, welche eine lokale Varianzminimierung als Ziel hat.

Um diese Strategien in die in Kapitel 3 vorgestellten Spielzeitmodelle zu integrieren, werden diese Spielzeitmodelle um die Varianz der Kanalfüllmengen erweitert, wodurch sich die Berechnungen der Auslager- und Doppelspielzeit ändern. Die Anzahl der nötigen Umlagerungen kann nicht mehr durch $U = \frac{z}{1+z}$ bestimmt werden, sondern ist nun stark von der Varianz der Kanalfüllmengen abhängig.

4.1 ERMITTLUNG NOTWENDIGER UMLAGERUNGEN

Die durchschnittliche Anzahl notwendiger Umlagerungen blockierender Lagergüter wird in Abhängigkeit des Lagerfüllgrades und der möglichen Varianzen der Kanalbelegungsmenge bestimmt. Nach de Castilho und Daganzo [Cas93] kann die durchschnittliche Anzahl aller Bewegungen des RBG während einer Auslagerung bestimmt werden durch:

$$A = \frac{1}{2} \cdot \left(\bar{s} + \frac{\sigma^2}{\bar{s}} + 1 \right)$$

Die durchschnittliche Belegung eines Lagerkanals \bar{s} kann dabei in Abhängigkeit des Lagerfüllgrads und der doppelten Tiefe des Lagers als $2 \cdot z$ formuliert werden.

$$A = \frac{1}{2} \cdot \left(2 \cdot z + \frac{\sigma^2}{2 \cdot z} + 1 \right) \quad (9)$$

Die erwartete Anzahl der Operationen ist nun abhängig vom Lagerfüllgrad und der Varianz der Kanalfüllmengen. Für den Fall, dass alle Lagerkanäle mit der gleichen Anzahl an Lagergütern befüllt sind, gilt $\sigma^2 = 0$ und somit $A = z + \frac{1}{2}$. Dies kann durch drei mögliche Belegungsvarianten realisiert werden. Zum einen kann das Lager komplett voll sein mit $z = 1$ und $A = \frac{3}{2}$, was genau in der Hälfte aller Fälle zu einer zusätzlichen Umlageroperation führt. Dies ist logisch, da in einem vollen Lager die erste Reihe des Regals direkt bedient werden kann und lediglich für die zweite Reihe eine Umlagerung nötig ist. Zum zweiten kann das Lager genau zur Hälfte gefüllt sein, was zu $A = 1$ führt – Umlagerungen also nicht stattfinden. Im letzten Fall ist das Lager komplett leer mit $z = 0$. Dies sollte zu keiner Auslageroperation führen, kann jedoch aufgrund einer Division durch 0 nicht berechnet werden. Gleichung (9) muss demnach stückweise definiert werden.

$$A = \begin{cases} \frac{1}{2} \left(2z + \frac{\sigma^2}{2z} + 1 \right), & 2z + \frac{\sigma^2}{2z} \geq 1 \\ 1, & \text{sonst} \end{cases}$$

In A ist dabei auch eine reine Auslageroperation des RBG enthalten. Demzufolge ergibt sich die erwartete Anzahl der nötigen Umlagerungen U zu

$$U = \begin{cases} \frac{1}{2} \left(2z + \frac{\sigma^2}{2z} + 1 \right) - 1, & 2z + \frac{\sigma^2}{2z} \geq 1 \\ 0, & \text{sonst} \end{cases} \quad (10)$$

Durch den Einfluss von σ^2 im Zähler lässt sich vor der anschließenden Varianzeingrenzung bereits folgende Aussage treffen: Je kleiner σ^2 über alle Lagerkanäle, desto kleiner ist U . Um U zu reduzieren, sollte daher bei Ein- und Umlagerungen darauf geachtet werden σ^2 gering zu halten. Wie dies umgesetzt werden kann, wird in Kapitel 4.4 gezeigt.

4.2 MINIMALE UND MAXIMALE VARIANZ DER LAGERKANALFÜLLMENGE ÜBER ALLE LAGERKANÄLE

Um die Anzahl der Umlagerungen nach oben und unten abzuschätzen, werden die Varianzen nach oben und unten abgeschätzt. σ^2 aus Gleichung (10) kann nach unten – σ_{min}^2 – und oben – σ_{max}^2 – eingegrenzt werden. Für die Herleitung dieser Lagerkanalfüllmengenvarianzen wird im ersten Schritt ein diskretes Lagerregal angenommen, welches in einem zweiten Schritt wieder in das kontinuierliche Modell überführt wird.

Allgemein kann σ^2 mit dem Verschiebungssatz bestimmt werden:

$$\sigma^2 = \frac{1}{s} \sum_{i=1}^s s_i^2 - (2z)^2$$

σ_{min}^2 entsteht, wenn die Füllmenge über alle Lagerkanäle möglichst identisch ist. So darf es beispielsweise zu keinem Zeitpunkt nach einem Lagerspiel einen Lagerkanal s_v geben, wenn es noch mindestens einen Lagerkanal s_l gibt. Daraus ergibt sich, dass die Lagerkanäle sich in maximal zwei unterschiedlichen aufeinander folgenden Status befinden dürfen. Somit existieren in einem Lager $\alpha = (2z \cdot s) \bmod(s)$ Lagerkanäle, die den Status der höheren Belegung einnehmen. Die restlichen $s - \alpha$ Lagerkanäle entsprechen dem Status der niedrigeren Belegung. Die Füllmenge der Lagerkanäle mit der höheren Belegung wird durch $\lceil 2z \rceil$ ermittelt. Analog dazu wird die Füllmenge der Lagerkanäle mit der niedrigeren Belegung durch $\lfloor 2z \rfloor$ ermittelt. In Kombination mit dem Verschiebungssatz ergibt sich

$$\sigma_{min}^2 = \frac{\alpha \cdot \lceil 2z \rceil^2 + (s - \alpha) \cdot \lfloor 2z \rfloor^2 - 4sz^2}{s} \quad (11)$$

Eine maximale Varianz ergibt sich genau dann, wenn sich alle Lagerkanäle im Status s_l oder s_v befinden. Einzig, wenn sich eine ungerade Anzahl an Lagereinheiten im Lager befindet, befindet sich ein Lagerkanal im Status s_h . Daraus folgt, dass in einem Lager in Abhängigkeit des Lagerfüllungsgrades, s_v Lagerkanäle existieren, welche mit 2 Lagereinheiten voll belegt sind. Weiterhin existieren $s -$

S_v Lagerkanäle, welche leer sind. Zuletzt existiert gegebenenfalls noch ein Lagerkanal von Typ s_h .

$$\sigma_{max}^2 = \begin{cases} \frac{4S_v - s \cdot 4z^2}{s}, & S_h = 0 \\ \frac{(4S_v + S_h^2 - s \cdot 4z^2)}{s}, & S_h = 1 \end{cases}$$

Zur Ermittlung von S_v wird das Produkt aus dem Lagerfüllgrad und der Anzahl aller Lagerkanäle abgerundet - $S_v = \lfloor z \cdot s \rfloor$. $S_h \in \{0, 1\}$ ist der Rest der Division aus $s \cdot 2z$ und der maximalen Lagerfüllmenge - $S_h = (s \cdot 2z) \bmod (2)$.

Für bessere Berechnungsmöglichkeiten werden die gefundenen Lagerkanalfüllmengenvarianzen für ein diskretes Lagerregal genutzt, um solche für ein kontinuierliches Regal herzuleiten. Für σ_{max}^2 pendelt die Anzahl an Lagerkanälen vom Typ s_h zwischen 0 und 1 und somit gilt für die Wahrscheinlichkeit des Lagerkanals s_h : $P(h) \in \{0, \frac{1}{s}\}$. Für $s \rightarrow \infty$ ist $P(h)$ demnach vernachlässigbar. Ebenfalls kann $\alpha = \lfloor z \cdot s \rfloor$ durch $\alpha = z \cdot s$ ersetzt werden, da die Ganzzahligkeit der Lagerkanäle beim kontinuierlichen Modell nichtmehr nötig ist. Dadurch gilt $\sigma_{max}^2 = 4z(1 - z)$.

Auch σ_{min}^2 kann ins kontinuierliche Modell überführt werden. Dazu sind Überlegungen bezüglich der Wahrscheinlichkeit des Auftretens der Lagerkanalmöglichkeiten nötig. Der Grundgedanke dabei ist, dass für $z \leq 0,5$ der Anteil an Lagerkanälen von Typ l linear abnehmen und im gleichen Maß die Lagerkanäle h linear zunehmen müssen sowie Lagerkanäle von Typ v ignoriert werden können. Analog kann für $z > 0,5$ vorgegangen werden. Damit ergeben sich die Lagerkanalwahrscheinlichkeiten zu:

$$P(l) \sigma_{min}^2 = \begin{cases} 1 - 2z, & z \leq 0,5 \\ 0, & z > 0,5 \end{cases}$$

$$P(h) \sigma_{min}^2 = \begin{cases} 2z, & z \leq 0,5 \\ 2 - 2z, & z > 0,5 \end{cases}$$

$$P(v) \sigma_{min}^2 = \begin{cases} 0, & z \leq 0,5 \\ 2z - 1, & z > 0,5 \end{cases}$$

Daraus kann die minimale Lagerkanalfüllmengenvarianz bestimmt werden.

$$\sigma_{min}^2 = \begin{cases} 2z - 4z^2, & z \leq 0,5 \\ 6z - 2 - 4z^2, & z > 0,5 \end{cases}$$

Abbildung 2 vergleicht die drei Varianzen σ_{min}^2 , σ_{max}^2 und σ_{Zufall}^2 miteinander. Aus Gleichung (10) wird deutlich, dass der Umlageraufwand linear proportional von der Varianz abhängt und daher die Strategie der Varianzminimierung zu niedrigeren Umlagerspielzeiten und somit auch niedrigeren Auslager- und Doppelspielzeiten führt.

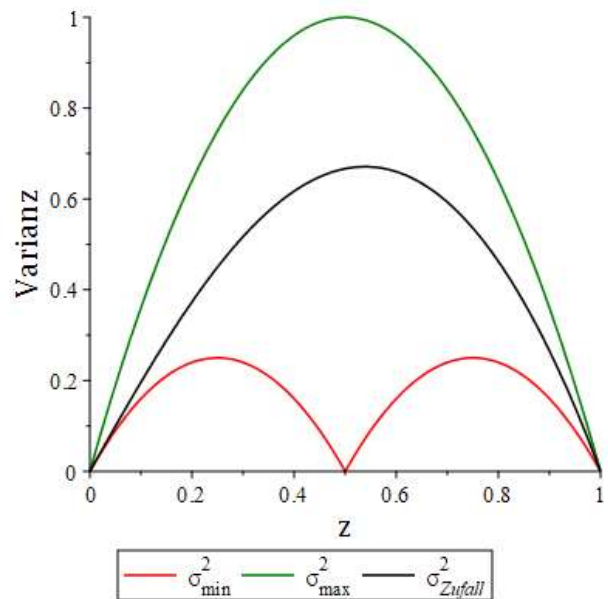


Abbildung 2: Vergleich der Varianzen abhängig vom Lagerfüllgrad

4.3 PRÄSENTATION DER SPIELZEITMODELLE

Da die Spielzeiten stark abhängig von den Lagerkanalfüllmengenvarianzen sind, werden sowohl die Spielzeiten für die minimale als auch maximale Lagerkanalfüllmengenvarianz in diesem Kapitel vorgestellt. In der Realität wird es nicht immer möglich sein, die minimale Lagerkanalfüllmengenvarianz einzuhalten, so dass in diesem Kapitel die Spielzeiten nach oben und unten begrenzt werden. Sowohl für die Spielzeiten bei minimaler als auch maximaler Lagerkanalfüllmengenvarianz werden zuerst - wie in Kapitel 3 - die LAM-Fahrzeiten bestimmt.

Bei einer Anwendung der Varianzminimierungsstrategie ergeben sich bei Einlagerungen LAM-Fahrzeiten abhängig von z . Für kleine z muss das LAM immer zwei Fächer tief in den Kanal fahren, da immer in ein Lagerkanal s_l eingelagert wird. Für hohe z wird immer in ein Lagerkanal s_h eingelagert.

$$t_{LAME}^{\sigma_{min}^2} = \begin{cases} 2t_{LAM}, & z \leq 0,5 \\ t_{LAM}, & z > 0,5 \end{cases}$$

Daraus ergibt sich direkt für die Einlagerspielzeit:

$$t_{Ein}^{\sigma_{min}^2} = \begin{cases} 2t_H + \frac{4}{3}t_l + 4t_{LAM} + t_t, & z \leq 0,5 \\ 2t_H + \frac{4}{3}t_l + 2t_{LAM} + t_t, & z > 0,5 \end{cases}$$

Für Auslagerspielzeiten ergibt sich die Kanalspielzeit zu:

$$t_{LAMA}^{\sigma_{min}^2} = \begin{cases} 2t_{LAM}, & z \leq 0,5 \\ \frac{1+2z}{2z} t_{LAM}, & z > 0,5 \end{cases} \quad (12)$$

Bei nötigen Umlagerungen wird die umzulagernde Lagereinheit immer in einen Lagerkanal s_h umgelagert, da $P(s_l) \sigma_{min}^2 = 0$ für $z > 0,5$ und nur in diesem Fall können Umlagerungen auftreten. Für die Umlagerspielzeit und das darin gesuchte k , welches nur im Bereich $z > 0,5$ interessant ist, gilt $k = (P(s_l) + P(s_h))s = (2 - 2z)s$ und für die Anzahl der Umlagerungen gilt

$$U = \frac{1}{2} \left(2z + \frac{6z - 2 - 4z^2}{2z} + 1 \right) - 1 = 1 - \frac{1}{2z}. \quad (13)$$

Mit k und den Gleichungen (2), (3), (12) und (13) kann die Auslagerspielzeit sowie die Doppelspielzeit bestimmt werden:

$$t_{Aus}^{\sigma_{min}^2} = \begin{cases} 2t_H + \frac{4}{3}t_l + 4t_{LAM} + t_t, & z \leq 0,5 \\ 2t_H + \frac{4}{3}t_l + \frac{1+2z}{z} \cdot t_{LAM} + t_t + \left(t_H + t_{LAM} + \frac{\left(\frac{7}{15}\right)^{2z-1}}{\sqrt{(2-2z)s}} t_l \right) \cdot \left(2 - \frac{1}{z} \right), & z > 0,5 \end{cases}$$

$$t_{Doppel}^{\sigma_{min}^2} = \begin{cases} 4t_H + \frac{9}{5}t_l + 8t_{LAM} + t_t, & z \leq 0,5 \\ 4t_H + \frac{9}{5}t_l + \frac{1+3z}{z} \cdot t_{LAM} + t_t + \left(t_H + t_{LAM} + \frac{\left(\frac{7}{15}\right)^{2z-1}}{\sqrt{(2-2z)s}} t_l \right) \cdot \left(2 - \frac{1}{z} \right), & z > 0,5 \end{cases} \quad (14)$$

Bei Umsetzung der maximalen Lagerkanalfüllmengenvarianzen gelten folgende Überlegungen:

- Bei einer Einlagerung wird in der Hälfte der Fälle in den einen Lagerkanal von Typ s_h eingelagert und in der anderen Hälfte der Fälle in einen leeren Lagerkanal von Typ s_l .
- Eine Umlagerung kommt in der Hälfte aller Auslagerungen vor und dabei wird ein vorderes Lagergut aus s_l ausgelagert und wie bei einer Einlagerung wieder eingelagert.
- Bei einer Auslagerung wird zur Hälfte das hintere Lagergut und zur Hälfte das vordere Lagergut ausgewählt, da es nur komplett volle Lagerkanäle gibt.
- Lediglich bei der Ein- und Umlagerung spielt der eine gegebenenfalls vorhandene Lagerkanal von Typ s_h eine Rolle. Bei einer Auslagerung ist er dagegen zu vernachlässigen, da in diesem Fall wieder zufällig aus allen im Lager vorhandenen Lagergütern ausgewählt wird. Somit ergeben sich die folgenden LAM-Fahrzeiten:

$$t_{LAME}^{\sigma_{max}^2} = t_{LAMA}^{\sigma_{max}^2} = t_{LAMU1}^{\sigma_{max}^2} = \frac{3}{2}t_{LAM}$$

$$t_{LAMU1}^{\sigma_{max}^2} = t_{LAM}$$

Für die Bestimmung von $k = (1 - z)s$ ist es ausreichend die Anzahl der Typ $s_l = 1 - z$ Lagerkanäle zu wissen. Somit ergeben sich die folgenden Spielzeiten.

$$t_{Ein}^{\sigma_{max}^2} = 2t_H + \frac{4}{3}t_l + 3t_{LAM} + t_t$$

$$t_{Aus}^{\sigma_{max}^2} = 3t_H + \frac{4}{3}t_l + \frac{11}{2}t_{LAM} + t_t + \frac{\left(\frac{7}{15}\right)^z t_l}{\sqrt{(1-z)s}}$$

$$t_{Doppel}^{\sigma_{max}^2} = 5t_H + \frac{9}{5}t_l + \frac{17}{2}t_{LAM} + t_t + \frac{\left(\frac{7}{15}\right)^z t_l}{\sqrt{(1-z)s}}$$

Ein Vergleich der drei Doppelspielzeiten $t_{Doppel}^{\sigma_{min}^2}$, $t_{Doppel}^{\sigma_{max}^2}$ und $t_{Doppel}^{\sigma_{zufall}^2}$ zeigt, dass $t_{Doppel}^{\sigma_{max}^2} - t_{Doppel}^{\sigma_{min}^2} \geq 0$ und $t_{Doppel}^{\sigma_{Lippolt}^2} - t_{Doppel}^{\sigma_{min}^2} \geq 0$ gilt. Daraus folgt, dass die Strategie der Varianzminimierung die Doppelspielzeiten für alle Lagerparametervariationen senkt.

4.4 REALISIERUNG DER MINIMALEN LAGERKANALFÜLLMENGENVARIANZ

Die Überlegungen in diesem Kapitel zeigen, dass ein Hochregallager, das ausschließlich mit Doppelspielen bedient wird, die Strategie der Varianzminimierung so konsequent anwenden kann, dass die in (14) vorgestellte Spielzeit realisiert werden kann. Es wird auch gezeigt, dass es möglich ist aus jeder aktuellen Belegung mit σ^2 mit hinreichend vielen Doppelspielen eine Belegung mit σ_{min}^2 zu erreichen. Die Basis der Überlegungen bildet die Tatsache, dass auf jede Einlagerung eine Auslagerung inklusive möglicher Umlagerung folgt und auf jede Auslagerung eine Einlagerung folgt.

Bei einer Einlagerung wird immer ein Lagerkanal mit der geringsten Kanalfüllmenge gewählt, wodurch σ^2 reduziert wird und $\sigma^2 \rightarrow \sigma_{min}^2$. Dies gilt ebenfalls bei einer Auslagerung des gangnahen Lagerguts aus einem Lagerkanal s_v .

Bei einer Auslagerung aus s_h muss eine Fallunterscheidung vorgenommen werden. Abhängig von der aktuellen Varianz kann durch eine solche Auslagerung einer der beiden folgenden Fälle gelten:

- $\sigma^2 \rightarrow \sigma_{min}^2$
- $\sigma^2 \rightarrow \sigma_{max}^2$

Die Verringerung der Varianz ist erwünscht und die Varianzhöherung kann durch die darauffolgende Einlagerung direkt wieder rückgängig gemacht werden, wodurch die ursprüngliche σ^2 erhalten bleibt. Im Falle einer Umlagerung kann diese wie eine Einlagerung behandelt werden und die darauffolgende Auslagerung kann, wie die soeben beschriebene Auslagerung behandelt werden. Dadurch wird die Varianz entweder reduziert oder zumindest beibehalten.

Durch die beschriebenen Ein-, Aus- und Umlagerungen und unter der konsequenten Einhaltung von Doppelspielen oder dem ständigen Wechseln zwischen Ein- und Auslagerungen ist es möglich, die Varianz zu reduzieren und mit hinreichend vielen Lageroperationen auch zu minimieren und somit $\sigma^2 \rightarrow \sigma_{min}^2$ zu erreichen. Es ist ebenfalls möglich, mehrere Einlagerungen nacheinander durchzuführen, solange weiterhin auf jede varianzhöhernde Auslagerung eine Einlagerung folgt.

Bei den beschriebenen Umlagerungen muss jedoch im Gegensatz zum bisherigen Vorgehen in dieser Arbeit der Umlagerplatz nicht nur unter den nächsten Lagerkanälen gesucht werden, sondern global unter allen Lagerkanälen. Dies führt dazu, dass t_U die Fahrt zwischen zwei zufälligen Lagerkanälen abbildet und somit $t_U = t_Q = \frac{7}{15}L$ gilt. Dadurch kann die Doppelspielzeit wie folgt beschrieben werden:

$$t_{Doppel}^{\sigma_{min}^2} = \begin{cases} 4t_H + \frac{9}{5}t_l + 8t_{LAM} + t_t, & z \leq 0,5 \\ 6t_H + \frac{41}{15}t_l + \frac{1+5z}{z} \cdot t_{LAM} + t_t - \frac{1}{z} \left(t_H + t_{LAM} + \frac{7}{15}t_l \right), & z > 0,5 \end{cases}$$

Die genannte Spielzeitformel gilt, sobald die minimale Varianz im Lager erreicht wurde. Lediglich nach einer Auslagerung weicht im eingeschwungenen Zustand σ^2 von σ_{min}^2 ab. Dies spielt jedoch keine Rolle, da die darauffolgende Einlagerung unabhängig von der Varianz ist. Nach erfolgter Einlagerung gilt wieder $\sigma^2 = \sigma_{min}^2$.

5 KOSTEN-NUTZEN-FUNKTION

Um den besten Betriebspunkt abhängig vom Lagerfüllgrad bestimmen zu können, wird eine Funktion ermittelt, mit welcher die Kosten sowie der Nutzen bestimmt werden können. Die Kosten können dabei als Umlageraufwand und der Nutzen als Lagerfüllgrad angenommen werden. Je mehr Lagereinheiten in einem Lager gelagert sind, desto höher ist der Nutzen des Lagers, insbesondere für mehrfach tiefe Lager ist dies der Hauptaspekt. Der Umlageraufwand steigt mit dem Lagerfüllgrad und ist die Hauptkomponente, welche die Doppelspielzeit erhöht. Der Umlageraufwand setzt sich aus der Anzahl der Umlagerungen

$U(z)$ multipliziert mit der durchschnittlichen Spielzeit einer Umlagerung $t_{Um}(z)$ zusammen:

$$U(z) = \begin{cases} 0, & z \leq 0,5 \\ 1 - \frac{1}{2 \cdot z}, & z > 0,5 \end{cases}$$

$$t_{Um}(z) = t_H + t_{LAM} + \frac{\left(\frac{7}{15}\right)^{1-\frac{k}{s}}}{\sqrt{k}} t_l \quad (15)$$

Die beiden Komponenten der Kosten-Nutzen-Funktion unterscheiden sich stark in ihrer Wertegröße, weswegen die Komponenten normiert werden. Der Lagerfüllgrad bringt diese Normierung direkt mit, da $z \in [0, 1]$. Zur Normierung des Umlageraufwands, wird der berechnete Umlageraufwand durch den maximal möglichen Umlageraufwand geteilt. Dieser entsteht bei einem maximal möglichen Lagerfüllgrad. In Abhängigkeit von z und z_{max} wird der Nutzen $u(z)$ berechnet zu

$$u(z) = z - \frac{U(z) \cdot t_{Um}(z)}{U(z_{max}) \cdot t_{Um}(z_{max})}$$

Da eine Monetarisierung der beiden Komponenten nicht ohne weiteres möglich ist, wird eine Möglichkeit eingeführt, um die Präferenzen der Entscheidungsträger abzubilden. Der Gewichtungsfaktor $f \in (0, 1)$ bietet die Möglichkeit die Funktion entsprechend den jeweils vorherrschenden Situationen bestmöglich anzupassen. Der Gewichtungsfaktor f beschreibt die Einschätzung des Entscheidungsträgers bezüglich der Wichtigkeit eines hohen Lagerfüllungsgrad gegenüber einem kurzen Zeitbedarf zur Auslagerung. Der finale Nutzen berechnet sich durch:

$$u(z) = f \cdot z - (1 - f) \cdot \frac{U(z) \cdot t_{Um}(z)}{U(z_{max}) \cdot t_{Um}(z_{max})} \quad (16)$$

6 BETRIEBSPUNKTBESTIMMUNG

Die Ausgangslage der Betriebspunktbestimmung bilden die vorgestellte Kosten-Nutzen-Funktion (16) sowie die Bestimmung der Anzahl der Umlagerungen (13) und die Fahrzeit der Umlagerungen (15). Damit ergibt sich die stückweise definierte Kosten-Nutzen-Funktion mit $z_{max} = \frac{s-2}{s}$, $k_{max} = 1$, $g = 1 - f$ und $t_R = t_H + t_{LAM}$ zu:

$$u(z) = \begin{cases} f \cdot z, & z \leq 0,5 \\ f z - g \frac{\frac{2z-1}{2z} \left(t_R + \frac{\left(\frac{7}{15}\right)^{2z-1}}{\sqrt{2-2z}^s} t_l \right)}{\frac{s-1}{s} \cdot \left(t_R + \left(\frac{7}{15}\right)^{1-\frac{1}{s}} t_l \right)}, & z > 0,5 \end{cases}$$

$$u'(z) = \begin{cases} f, & z \leq 0,5 \\ f \frac{g \left(\frac{7}{15}\right)^{2z-1} t_l}{\sqrt{(2-2z)s}} - \frac{g \left(1 - \frac{1}{2z}\right) \left(\frac{2t_l \left(\frac{7}{15}\right)^{2z-1} \ln\left(\frac{7}{15}\right)}{\sqrt{(2-2z)s}} + \frac{s \left(\frac{7}{15}\right)^{2z-1} t_l}{(2-2z)s^2} \right)}{2z^2 \cdot \frac{s-2}{2s-2} \left(t_R + \left(\frac{7}{15}\right)^{1-\frac{1}{s}} t_l \right)}, & z > 0,5 \end{cases} \quad (17)$$

Das Maximum dieser Nutzenfunktion kann über $u'(z)$ bestimmt werden (siehe Gleichung (17)). Das Nullsetzen dieser Ableitung ist allgemein nicht darstellbar, wird jedoch in Kapitel 7 für einzelne Beispiele durchgeführt.

7 BEISPIELE

Um die Ergebnisse dieser Arbeit zu verdeutlichen, präsentiert dieses Kapitel ein beispielhaftes Hochregallager und erläutert die Einflüsse der Parameter Lagerfüllgrad und Gewichtungsfaktor auf den Nutzen bzw. den besten Lagerfüllgrad. Dieses beispielhafte Lager besitzt die folgenden Eigenschaften:

- Anzahl Lagerkanäle $s = 1000$
- $t_l = 30$ Sekunden
- $t_H = 10$ Sekunden
- $t_{LAM} = 3$ Sekunden

Abbildung 3 zeigt den Nutzenverlauf über den Lagerfüllgrad für einen höheren Gewichtungsfaktor $f = 0,7$. Dabei ist erkenntlich, dass der Nutzen linear steigt im Bereich $z \leq 0,5$ und maximiert wird bei $z = 0,979$. Das heißt, dieses Beispiellager sollte bei einem Lagerfüllgrad von ca. 98% betrieben werden.

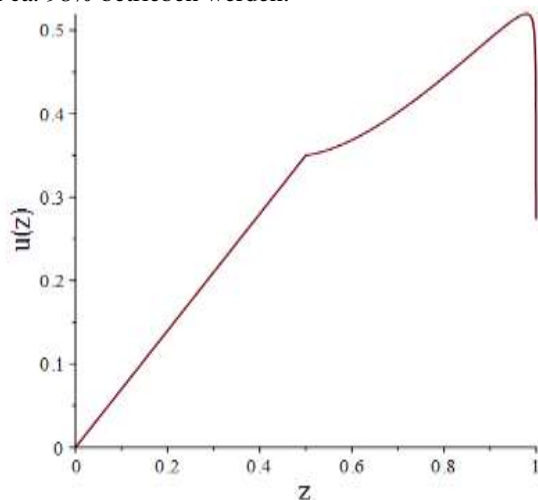


Abbildung 3: Nutzenverlauf des Beispiellagers mit $f = 0,7$

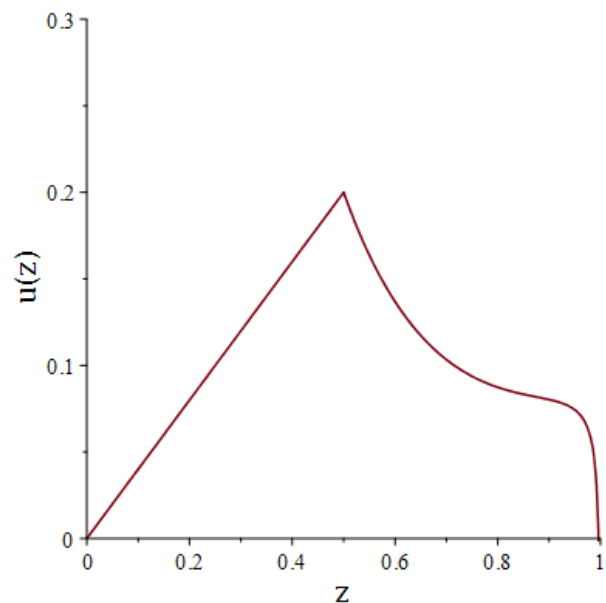


Abbildung 4: Nutzenverlauf des Beispiellagers mit $f = 0,4$

Ebenfalls ist erkennbar, dass sobald Umlagerungen möglich und nötig sind der Nutzen schwächer ansteigt als im Bereich von $z < 0,5$. Je nach Gewichtungsfaktor kann ab $z = 0,5$ der Nutzen bereits rückgängig sein, wie Abbildung 4 zeigt. Dies bedeutet, dass der Gewichtungsfaktor einen großen Einfluss auf den besten Lagerfüllgrad hat und sorgfältig gewählt werden muss. Je unwichtiger der Lagerfüllgrad und je wichtiger der Umlageraufwand für verantwortliche Personen ist, desto eher sollte auf doppelte Lager verzichtet werden.

Neben dem Gewichtungsfaktor spielt die Anzahl der Lagerkanäle s eine entscheidende Rolle bei der Bestimmung des besten Lagerfüllgrads. Abbildung 5 zeigt den besten Lagerfüllgrad abhängig vom Gewichtungsfaktor und der Anzahl der Lagerkanäle. Für alle s ergibt sich ein ähnliches Bild: Für geringe Gewichtungsfaktoren sollte das Lager genau zur Hälfte gefüllt sein und somit kein doppelte Hochregallager verwendet werden. Ab einem gewissen Gewichtungsfaktor steigt z_{opt} sprunghaft an. Dies ist durch den dominanten Einfluss des Umlageraufwands für Lagerfüllgrade zwischen 0,5 und ca. 0,9 zu erklären. Ab

einem bestimmten Lagerfüllgrad überwiegt dann wiederum die Möglichkeit weitere Lagereinheiten einzulagern. Verdeutlicht wird dies nochmals im Vergleich der Abbildungen 3, 4 und 6.

Ebenfalls in Abbildung 5 ist zu erkennen, dass für größere Lager sowohl höhere beste Lagerfüllgrade erreichbar sind als auch doppelte Lager bei niedrigeren Gewichtungsfaktoren empfehlenswert sind.

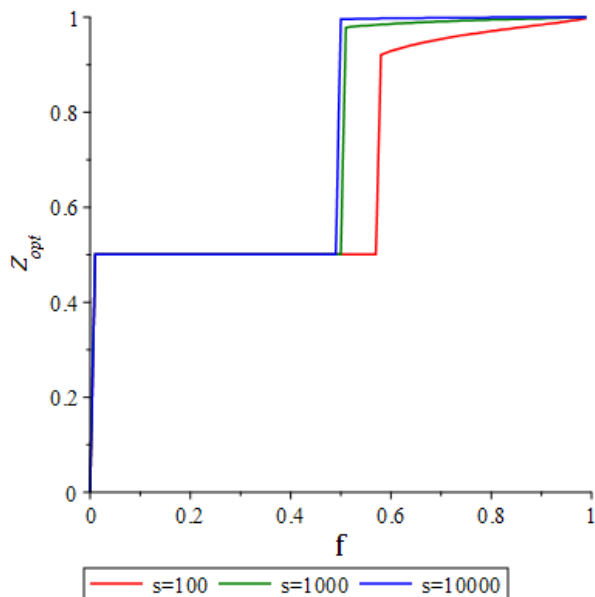


Abbildung 5: Verlauf der besten Lagerfüllgrade drei verschiedener Lager abhängig von der Präferenzgewichtung

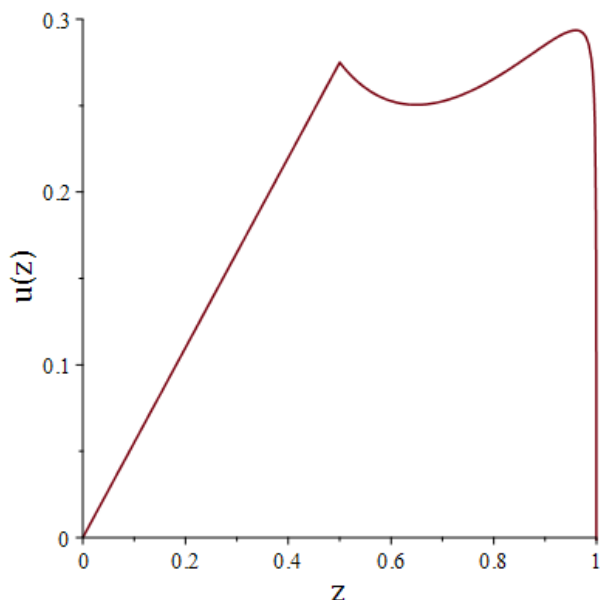


Abbildung 6: Nutzenverlauf des Beispiellagers mit $f = 0,55$

Insgesamt können bei der Betriebspunktbestimmung folgende Schlussfolgerungen gezogen werden:

- Je mehr Lagerkanäle in einem Lager vorhanden sind, bei einem desto höheren Lagerfüllgrad sollte das Lager betrieben werden.
- Je höher die Gewichtung der Lagerausnutzung ist, desto höher sollte auch der Lagerfüllgrad gewählt werden.

8 ZUSAMMENFASSUNG

Dieses Paper entwickelt zum einen ein analytisches Modell, mit dem ein bester Betriebspunkt für den Lagerfüllungsgrad eines doppelte Lager ermittelt werden kann. Das Modell berücksichtigt dabei sowohl den Lagerfüllgrad als auch den durchschnittlich benötigten Umlageraufwand bei einer Auslagerung. Zum anderen werden Lagerkanalfüllmengenvarianzen für verschiedene Betriebsstrategien hergeleitet und miteinander verglichen. Damit zusammenhängend werden auch Doppelspielzeiten der verschiedenen Varianzen und Betriebsstrategien entwickelt und miteinander verglichen.

Die Hauptergebnisse dieses Paper lassen sich wie folgt zusammenfassen:

- Die Doppelspielzeiten werden vom Lagerfüllgrad, der Lagerkanalfüllmengenvarianz, den Lager- und RBG-Parametern sowie den Betriebsstrategien beeinflusst.
- Es kann ein bester Betriebspunkt des Lagerfüllgrads für doppelte Lager abhängig von persönlichen Referenzen gefunden werden.
- Je mehr Lagerkanäle in einem Lagergang vorhanden sind, desto höher kann auch der Lagerfüllgrad sein.
- Die Betriebsstrategie der Varianzminimierung führt zu niedrigeren Spielzeiten verglichen mit einer zufallsbasierten Betriebsstrategie. Dabei ist sowohl die Varianz als auch die daraus resultierende Doppelspielzeit eindeutig geringer.
- Die Betriebsstrategie der Varianzminimierung kann unter anderem durch einen konsequenten Betrieb mit Doppelspielen realisiert werden.

Die in diesem Paper vorgestellten Modelle basieren auf vereinfachenden Annahmen, die die Berechnung der Modelle simplifizieren. Daher können die Modelle auf einige Arten erweitert werden. Zum einen können bereits bekannte Bestandteile wie die Beschleunigung des RBG oder des LAM integriert werden. Zum anderen kann das Vorgehen auf shuttlebasierte Hochregallager sowie mehrfachte Hochregallager übertragen werden. Letztendlich ist es auch möglich die gefundenen Erkenntnisse an Hochregallagern aus der Industrie zu verifizieren.

LITERATUR

- [Acc17] Accorsi, R., Baruffaldi, G., & Manzini, R. (2017). Design and manage deep lane storage system layout. An iterative decision-support model. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 92(1-4), 57-67.
- [Aza19] Azadeh, K., De Koster, R., & Roy, D. (2019). Robotized and automated warehouse systems: Review and recent developments. *Transportation Science*, 53(4), 917-945.
- [Arn09] Arnold, D., & Furmans, K. (2005). *Materialfluss in Logistiksystemen* (Vol. 6). Berlin, Heidelberg, New York: Springer.
- [Boz84] Bozer, Y. A., & White, J. A. (1984). Travel-time models for automated storage/retrieval systems. *IIE transactions*, 16(4), 329-338.
- [Cas93] de Castillo, B., & Daganzo, C. F. (1993). Handling strategies for import containers at marine terminals. *Transportation Research Part B: Methodological*, 27(2), 151-166.
- [Gud72] Gudehus, T. (1972). Grundlagen der Spielzeitberechnung für automatische Hochregallager. *Deutsche Hebe- und Fördertechnik*, 18, 63-68.
- [Gün11] Günthner, W. A., T. Atz und A. Ulbrich (2011). *Integrierte Lagersystemplanung*. Forschungsbericht. München: Technische Universität München, Lehrstuhl für Fördertechnik Materialfluss Logistik (fml).
- [Hep17] Heptner, K. (2017). Shuttle gegen RBG. *Logistra*, Heft 4. München: HUSS-VERLAG GmbH.
- [Ler10] Lerher, T., Sraml, M., Potrc, I., & Tollazzi, T. (2010). Travel time models for double-deep automated storage and retrieval systems. *International Journal of Production Research*, 48(11), 3151-3172.
- [Ler13] Lerher T., Borovinšek, M., Šraml, M.: *A multi objective model for optimization of automated warehouses*. Logistics: perspectives, approaches and challenges, Nova Publishers, Inc., New York, 2013a.
- [Lip03] Lippolt, Christian R. Spielzeiten in Hochregallagern mit doppeltiefer Lagerung. 2003. Doktorarbeit. Institut für Fördertechnik und Logistiksysteme.
- [Raj17] Rajković, M., Zrnić, N., Kosanić, N., Borovinšek, M., & Lerher, T. (2017). A Multi-Objective Optimization model for minimizing cost, travel time and CO2 emission in an AS/RS. *FME Transactions*, 45(4), 620-629.
- [Roo09] Roodbergen, K. J., & Vis, I. F. (2009). A survey of literature on automated storage and retrieval systems. *European journal of operational research*, 194(2), 343-362.
- [Vas12] Vasili, M. R., Tang, S. H., & Vasili, M. (2012). Automated storage and retrieval systems: a review on travel time models and control policies. In *Warehousing in the Global Supply Chain* (pp. 159-209). Springer, London.

Timo Lehmann, M.Sc., Akademischer Mitarbeiter am Institut für Fördertechnik und Logistiksysteme, Karlsruhe Institut für Technologie. Die Forschungsschwerpunkte von Timo Lehmann liegen in der Leistungsbewertung von Materialfluss- und Produktionsprozessen mittels analytischer Modelle.

Paul Knötgen, M.Sc., hat Wirtschaftsingenieurwesen am Karlsruher Institut für Technologie (KIT) studiert und im Schwerpunkt Logistik vertieft. In seiner Masterarbeit hat Paul Knötgen die Grundlage für den vorliegenden Beitrag gelegt.

Betreut durch: Timo Lehmann, M.Sc.

Adresse: Institut für Fördertechnik und Logistiksysteme, Karlsruher Institut für Technologie, Gotthard-Franz-Straße 8, 76131 Karlsruhe, Deutschland, Telefon: +49 721 608-48614, E-Mail: timo.lehmann@kit.edu